

Werken met verhoudingen, makkelijker dan je denkt

In allerlei vakken kom je wiskunde tegen: in natuurkunde, scheikunde, biologie, economie ... Elk vak lijkt zijn eigen wiskunde te gebruiken, maar dat valt eigenlijk best mee. Veel berekeningen, formules en verbanden werken in principe hetzelfde. Probeer het maar eens uit met onderstaande opdrachten van SaLVO*.

Deze opdrachten over verhoudingen zijn geschikt voor 2 havo/vwo (onderdeel 1 t/m 3) en 3 havo/vwo (onderdeel 1 t/m 4).

Een belangrijke rekenvaardigheid is het rekenen met *verhoudingen*. Daarmee wordt bedoeld dat als het ene getal groter of kleiner wordt, het andere getal op dezelfde manier groter of kleiner wordt. Dan is de verhouding tussen de twee getallen constant.

1. Vergroten en verkleinen

Bij vergroten en verkleinen van getallen rekenen we met *verhoudingen*. Daarmee wordt bedoeld:

Als het ene getal k x zo groot wordt, dan wordt het andere getal ook k x zo groot.

Het getal k noemen we de **vermenigvuldigingsfactor**. Bij elke vergroting of verkleining wordt k bepaald door:

$$\text{vermenigvuldigingsfactor: } k = \frac{\text{nieuwe waarde}}{\text{oude waarde}}$$

Voorbeeld

Je wilt van een foto van 10 cm bij 15 cm een vergroting laten maken van 24 cm bij 36 cm.



De vermenigvuldigingsfactor k is dan 2,4. De verhouding tussen de lengte en de breedte is constant, steeds geldt dat de lengte 1,5 x zo groot is als de breedte.

Op de foto staat een boom die op de originele foto 8,0 cm hoog is. Op de vergroting is ook die lengte met hetzelfde getal $k = 2,4$ vermenigvuldigd. De hoogte op de vergroting is dus $2,4 \times 8,0 = 19,2$ cm.

Verhoudingstabel

Als twee getallen in dezelfde verhouding groter of kleiner worden dan kun je gebruik maken van een verhoudingstabel. Zo'n tabel geeft je een beter overzicht en je kunt er makkelijker mee rekenen.

		$\curvearrowright \times 2,4$	
hoogte foto	10	24	$\curvearrowright \times 1,5$
breedte foto	15	36	

Bij een verhoudingstabel kun je zowel **horizontaal** als **verticaal** vermenigvuldigen. Het vermenigvuldigingsgetal vind je ook hier weer door de nieuwe waarde te vermenigvuldigen met de oude.

* Zie ook de activiteitsbeschrijving van SaLVO in de Wisactueel van maart 2010.

Opdracht: Vergroten

Je wilt van een foto van 10 cm bij 15 cm een vergroting maken van 24 cm bij 36 cm.

a. Bereken de vermenigvuldigingsfactor k .

Op de foto staat een boom die op de originele foto 8,0 cm hoog is.

b. Bereken hoe hoog de boom op de vergroting is.

hoogte foto		
boom		

Op de vergroting is te zien dat in de boom een hartje is gekerfd dat op de vergroting 6,0 mm breed is.



c. Hoe breed is het hartje op de originele foto?

Laat zien hoe je dat berekend hebt.

hoogte foto		
hartje		

► Lees verder op volgende pagina.

2. Rekenen met procenten

Rekenen met procenten is in feite ook rekenen met verhoudingen en vermenigvuldigingsfactoren. Als het kopieerapparaat ingesteld is op 75% dan worden alle afmetingen vermenigvuldigd met 0,75. Ook als je eerst terugrekent naar 1% gebruik je verhoudingen, je past twee keer een vermenigvuldigingsfactor toe. Ook bij procenten kun je gebruik maken van verhoudingstabellen. Een artikel in de winkel heeft een sticker waarop staat 35% korting. De originele prijs is € 5,74. Om de nieuwe prijs te berekenen zet je eerst alle getallen in een tabel:

	x 0,65		
	↻		
in procenten	100%	65%	
prijs in euro	€ 5,74	€ 3,73	↻ x 0,0574

Ook hier kun je zowel **horizontaal** als verticaal **vermenigvuldigen**. Het getal bij verticaal vermenigvuldigen is hetzelfde getal als bij terugrekenen naar 1%.

Opdracht: Berekeningen met procenten

Gebruik zoveel mogelijk een verhoudingstabel.

- Het aantal inwoners van een stad is in 5 jaar gestegen van 128.000 naar 147.800. Hoeveel % bedraagt de groei?
- Tussen 2000 en 2002 zijn de aandelen 40% in waarde gedaald. Iemand had in 2000 voor € 24.000,- aandelen. Hoeveel waren de aandelen nog waarde in 2002?
- De benzine is in twee jaar tijd 18% duurder geworden. Een liter benzine kost nu € 1,37. Hoe duur was een liter benzine twee jaar geleden?
- Hoeveel is 30% van 1200?

3. Rekenen met 'per'- eenheden

Rekenen met 'per'-eenheden is in feite ook rekenen met verhoudingen en vermenigvuldigingsfactoren. Als de benzineprijs 1,40 euro per liter is, dan moet je voor 35 liter ook 35x zoveel betalen. Ook bij 'per'-eenheden kun je gebruik maken van verhoudingstabellen.

	x 35		
	↻		
aantal liter	1	35	
prijs in euro	€ 1,40	€ 49,-	↻ x 1,40

Ook hier kun je zowel **horizontaal** als **verticaal** vermenigvuldigen. Het getal bij verticaal vermenigvuldigen is hetzelfde getal als de literprijs.

Opdracht: Koper en aluminium

Gebruik ook hier zoveel mogelijk een verhoudingstabel.

De grondstofprijs voor koper bedraagt € 3.400,- per ton, voor aluminium is de prijs € 1.960,- per ton.



- Bereken hoeveel 1 gram koper en 1 gram aluminium kosten.

Een beeldje is gemaakt van 200 cm³ aluminium.

- Bereken uit hoeveel gram aluminium het beeldje bestaat.

Men overweegt om een even groot beeldje in koper te maken.

- Bereken uit hoeveel gram koper het beeldje bestaat.
- Bereken hoeveel keer zo duur het koperen beeldje is.

4. Meer opdrachten met evenredigheden

Heb je het principe in de vingers? Probeer dan eens de volgende opdrachten.

Opdracht: Bungeekoord

Bij bungeejumpen worden koorden gebruikt die zeer elastisch zijn en tot wel drie keer hun lengte kunnen uitrekken. Als voorbeeld gebruiken we een koord met een lengte van 12 meter. Om te onderzoeken of de uitrekking van het koord evenredig is met het aantal kg dat aan het koord hangt zijn enkele metingen gedaan (zie tabel).



- Leg uit, of laat zien met een berekening, dat de *lengte* van het koord niet evenredig is met het aantal kg dat aan het koord hangt.
- Bereken bij elke meting de uitrekking en vul de tabel in.

aantal kg aan koord	0	2	8	15	20	30	
lengte koord (m)	12	13,2	16,8	21	24	30	36
uitrekking koord (m)	0	1,2					

- De *uitrekking* van het koord is wel evenredig met het aantal kg dat aan het koord hangt. Laat dat met twee voorbeelden zien.

Als het verband evenredig is dan moet er ook een constante verhouding zijn.

- Bereken bij alle metingen de verhouding $\frac{\text{uitrekking koord}}{\text{aantal kilo aan koord}}$

- Wat stelt het getal voor dat je als verhouding hebt uitgerekend?

Het koord kan maximaal tot wel drie keer de lengte uitrekken. Het koord is dan 36 m lang. Als er meer gewicht aan het koord hangt kan het breken.

- Hoeveel kg moet er aan het koord hangen om het drie keer zo lang te maken? Noteer het getal in de tabel.

Opdracht: Snelheid, afstand en tijd

De formule voor snelheid, afstand en tijd kan op twee manieren geschreven worden:



$$s = v \cdot t \quad \text{of} \quad v = \frac{s}{t}$$

Het zijn dezelfde formules, alleen op een andere manier geschreven. In de formule staan drie grootheden. We kijken eerst naar de situatie waarbij de afstand constant is, bijvoorbeeld als je van school naar huis fietst.

- Met welke formule kun je het makkelijkst de gemiddelde snelheid berekenen?
- Als je harder fietst ben je sneller thuis. Welk soort verband is er tussen de snelheid en de tijd?
- Hoe kun je aan de formules herkennen dat de tijd omgekeerd evenredig is met de snelheid?

In een andere situatie is de snelheid constant.

- Hoe kun je aan de formules herkennen dat de afstand evenredig is met de tijd die je fietst?

Opdracht: Evenredig?

In welk van de onderstaande situaties kun je bij de berekening **geen** gebruik maken van een verhoudingstabel en dus **niet** spreken van een evenredig verband?

- Lisa van 3 jaar is 104 cm lang. Hoe lang is Anneke van 9 jaar?
- Het naar school brengen van 1 kind duurt 15 minuten. Hoe lang duurt het naar school brengen van 4 kinderen?
- Een pak melk van 1 liter bevat 1,5 gram vet. Hoeveel gram vet bevat een pak melk van 1,5 liter?
- Een doosje aspirines in een 20-stuks verpakking kost € 1,29. Hoeveel kost een doosje aspirines in een 50-stuks verpakking.
- De klusjesman rekent € 38,- per uur en € 25,- voorrijkosten. Hoeveel kost een klus van 6 uur?