

Slimme draagconstructies voor Groningse huizen met behulp van rekenmodellen



Hoe maak je Groningen aardbevingsproof? Tegen de achtergrond van de politieke en maatschappelijke discussie wordt volop gewerkt aan concrete oplossingen. Duidelijk wordt dat een groot aantal huizen moet worden versterkt. Het ingenieursbureau Arup voert een diepgaande studie uit naar de mogelijkheden. Joop Paul, directeur van Arup, vertelt iets over de wiskundige achtergronden.

Arup heeft een uitgebreide ervaring met het bouwen van complexe gebouwen. Het ingenieursbureau is het constructieve brein achter architectonische iconen zoals het Sydney Opera House, de 'Bird's Nest' in Beijing, de Canton Tower¹ en, wat dichterbij huis, het Centraal Station in Arnhem². Als directeur bij Arup en hoogleraar Structural Design aan de Technische Universiteit in Delft, houdt Joop Paul zich met name bezig met draagconstructies. Complexe architectuur is daarbij niet de enige uitdaging. Gebouwen moeten ook wind- en aardbevingsbestendig zijn. Dit geldt ook voor de huizen in Groningen.

Leren van vergelijkbare situaties

"Aardbevingsbestendige nieuwbouw ontwerpen is geen probleem", vertelt Paul. "Daar is veel kennis over beschikbaar. De huizen in Groningen zijn niet specifiek ontworpen voor aardbevingen en een groot deel van de huizen moet aan de nieuwe omstandigheden worden aangepast. Om geschikte aanpassingen te kunnen ontwerpen, zijn er ontwerpcodes nodig die specifiek zijn voor deze situatie."

"De meeste huizen in Groningen zijn gemetseld met baksteen. Om te onderzoeken wat er bij aardbevingen met dit soort huizen gebeurt, bestuderen we vergelijkbare situaties in Nieuw Zeeland en San Francisco. Engelse kolonisten hebben daar veel huizen van baksteen gebouwd, een voor hen vertrouwd materiaal. Van de aardbevingen die in deze streken plaatsvinden, kunnen we leren wat er precies met dit soort bouwconstructies gebeurt. Deze kennis verwerken we in rekenmodellen waarmee we de reactie van een huis op een beving kunnen doorrekenen."

De basis van de rekenmodellen is de bekende formule $F = m \cdot a$. De kracht grijpt aan op het zwaartepunt van een systeem. De reactie heeft ook een zwaartepunt. Als de twee zwaartepunten niet op elkaar liggen, treedt er een moment (kracht x arm) en dus torsie op.

In een statische situatie zijn de som van de krachten en de som van de momenten nul. In een niet statische situatie, zoals bij een aardbeving, moet je ook de verplaatsing en vervorming in je formules opnemen. Dit kan bijvoorbeeld door een stukje huis te beschrijven als een massa-veersysteem met een demper. Het dynamisch gedrag daarvan kun je beschrijven met:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx - F(t) = 0$$

met de verplaatsing x , snelheid \dot{x} , versnelling \ddot{x} , massa m , dempingsconstante c , veerconstante k en de tijdsafhankelijke kracht $F(t)$.

Je kunt een huis weergeven met een groot aantal massa-veersystemen. Het gedrag van deze systemen kun je beschrijven met een matrixvergelijking. Het gaat te ver om hier de exacte vergelijking af te leiden, maar deze heeft een vorm zoals:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\}$$

met $[M]$ voor de matrix
$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1m} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & m_{nm} \end{bmatrix},$$

$\{x\}$ voor de vector
$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \dots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix}$$
 enzovoort.

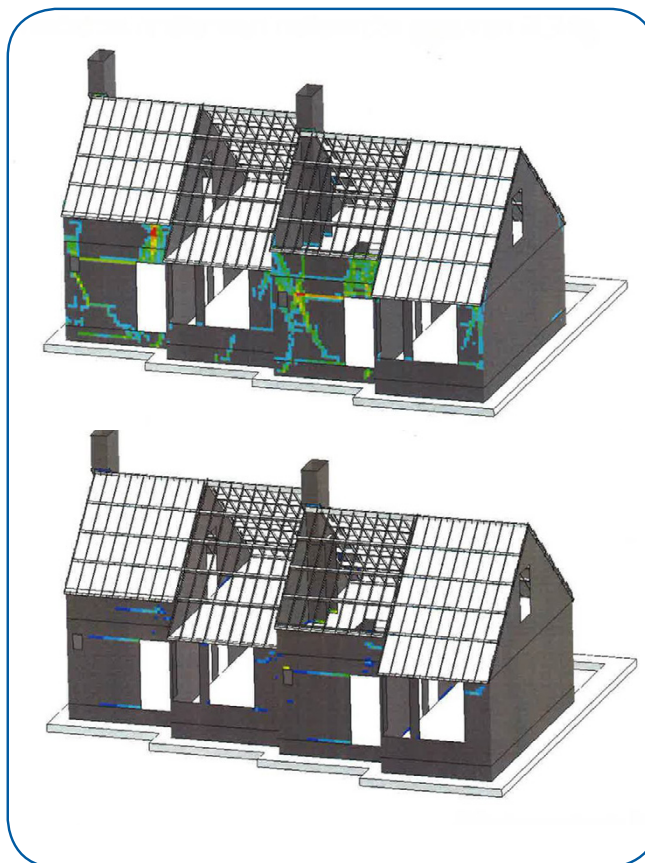
Bij een aardbeving heb je te maken met een opgelegde verplaatsing. Door de matrixvergelijking op te lossen, kun je berekenen welke krachten in een bouwwerk optreden en waar. De oplossing geldt voor één tijdstip. Omdat versnellingen, snelheden en verplaatsingen tijdens een beving voortdurend variëren, moet je de optredende krachten in een tijdsinterval in kleine tijdstapjes berekenen. "Voor de berekening gebruiken we de bewegingen van het grondoppervlak én de bewegingen van een diepere grondlaag onder het bouwwerk. Zo onderzoeken we ook het effect op de fundering en de bovenste (slappe) grondlagen. Tijdens een beving verschilt de grondbeweging per plaats. De gegevens hierover komen uit het meetnetwerk dat op dit moment in het hele gasveld wordt aangelegd."

Niet conventionele oplossingen

Hoe controleer je of het rekenmodel klopt? Dit gebeurt aan de hand van experimenten. Bij de Technische Universiteit in Delft en de Universiteit van Pavia in Italië worden allerlei metingen aan schaalmodellen gedaan. In Italië staat een enorme schudtafel waarop een bijna levensgroot model van een Gronings huis wordt nagebouwd. "Aan de hand van de meetgegevens hebben we rekenmodellen ontwikkeld die de werkelijkheid goed nabootsen. Hiermee kunnen we berekenen wat er bij verschillende sterktes van aardbevingen met een bouwwerk gebeurt."

Constructief ontwerpers onderzoeken met de modellen hoe huizen grotere krachten kunnen opvangen, bijvoorbeeld door versterkte kozijnen aan te brengen, spouwmuurconstructies aan te passen, funderingen te versterken of het compleet vervangen van gevels. Sommige van deze maatregelen grijpen diep in op het karakter van een huis. De vraag is in hoeverre dit nodig is. "We ontwikkelen ook niet conventionele oplossingen," vertelt Paul, "zoals een dunne glijplaat die je tussen het huis en de fundering aanbrengt. Dit is een oplossing waarbij de krachten van een beving het huis zelf niet bereiken. Bij een aardbeving glijdt het huis over de glijplaat heen en weer en worden de krachten afgevoerd. Door het glijden kan het huis bij een beving een beetje van zijn plaats schuiven, maar met een soort vijzel duw je het eenvoudig weer op zijn plaats. De verplaatsingen waar we het over hebben zijn klein, in de orde van een paar centimeter."

Statistiek speelt een belangrijke rol bij het doorrekenen van oplossingen. "De ontwerpbelasting waarmee we rekenen is vele malen groter dan de belastingen die tot nu toe zijn opgetreden. De grenzen die we aanhouden zijn gebaseerd op kansrekening. We hebben veel meetgegevens over kleine aardbevingen en moeten inschatten wat er bij grotere bevingen kan gebeuren. We doen dit bijvoorbeeld met behulp van lineaire regressie op de beschikbare metingen."



Berekeningen aan Groningse rijtjeswoningen zonder (boven) en met (onder) een glijplaatconstructie. De gekleurde vlakken zijn een maat voor de berekende spanningen.

Nieuwe methodieken

"Op dit moment gebruiken we zeer uitgebreide rekenmodellen waarmee we bouwwerken tot op baksteenniveau kunnen doorrekenen. Het is hierdoor complex om met de modellen te werken. De volgende stap die we nemen is om de modellen te vereenvoudigen. We doen dit stap voor stap om te voorkomen dat we dingen overslaan waar we nog niet voldoende over weten. We gebruiken hiervoor bekende wiskundige methodes en ontwikkelen daarnaast ook nieuwe methodieken. Het uiteindelijke doel is om een eenvoudige rekenmethode te leveren, die bruikbaar is voor andere partijen zoals architecten en bouwkundigen."

1 zie http://www.wisactueel.nl/docs/wisactueel_files/wis_2011_3_int_hemel.pdf

2 zie http://www.wisactueel.nl/docs/wisactueel_files/wis_2011_3_int_unstudio.pdf