

Meer energie uit wind met wiskunde

Lekker uitwaaien aan het strand. De kust is een logische plek voor het winnen van windenergie. De overheid streeft naar meer windenergie uit windparken op zee, in 2023 genoeg voor vijf miljoen huishoudens. Bij de bouw van die windparken spelen allerlei zaken mee, van milieu en klimaat tot onderhoudskosten en energieopbrengst. Hoe richt je een windpark het beste in? Wiskundige simulaties geven inzicht in de verschillende scenario's.

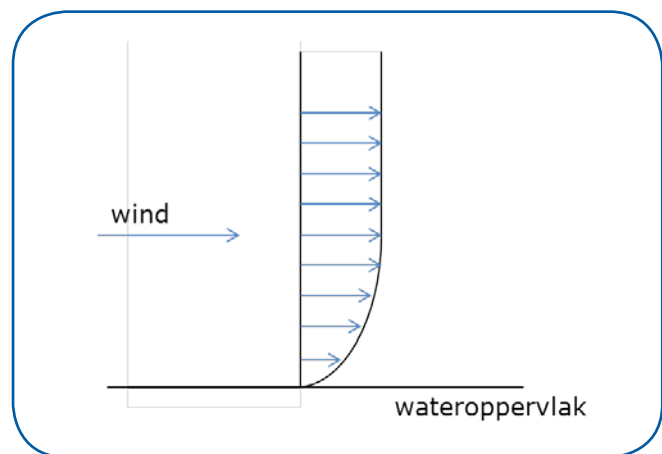


De bouw van windparken is een complex samenspel tussen ingenieurs, klimatologen, oceanografen, biologen, vissers en nog veel meer partijen. Voorafgaand aan de bouw van windparken worden de effecten al zo nauwkeurig mogelijk in kaart gebracht. De invloed van de golven en het zoute water, de windprofielen om de wieken en tussen de molens, alles wordt zo goed mogelijk voorspeld met wiskunde. Barry Koren, hoogleraar bij de faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Eindhoven, belicht voor ons de mogelijkheden van wiskunde bij het ontwerpen van windparken.

De beste opstelling

Windmolens op zee hebben het zwaar. Zelfs als het rustig waait, worden de molens zwaar belast. Dit komt onder andere doordat het bovenin de molen harder waait dan aan het zeeoppervlak. Koren legt dit uit aan de hand van een windprofiel: "Als je aanneemt dat de stroomsnelheid van het water nul is, dan is aan het zeeoppervlak de snelheid van de wind gelijk aan nul. Hoe hoger je komt hoe hoger de windsnelheid. Boven een bepaalde hoogte neemt de snelheid niet meer toe. In hun hoogste stand vangen de wieken dus meer wind dan in hun laagste stand. Door de steeds wisselende belasting gaat de hele molen trillen. De wisselende belasting is slecht voor het materiaal. Er kan metaalmoeheid ontstaan waardoor het materiaal kan breken."

Om dit te voorkomen kunnen de molens van een slim systeem worden voorzien. De wieken draaien hierbij niet passief rond in de wind, maar passen zich tijdens het draaien actief aan aan de wind. Hiervoor draaien ze bijvoorbeeld om hun eigen lengteas.



Windprofiel: vlak boven het water heeft de wind een lagere snelheid dan in hogere luchtlagen

Een rekenmodel – gebaseerd op aerodynamische modellen en modellen uit de vervormingsleer – beslist continu wat de beste stand is voor een wiek. Tijdens het draaien van de wieken wordt ook de oriëntatie ten opzichte van de windrichting aangepast. Deze beweging heet gieren (eenzelfde soort beweging als wanneer je met je armen wijd een stukje om je eigen lengteas draait). Door de oriëntatie steeds aan te passen haalt de molen het meeste uit de wind.

Naast de stroming per individuele molen, wordt ook de stroming door het hele park berekend. De belangrijkste input voor deze berekeningen zijn de windgegevens. Als de wind langs de wieken blaast, ontstaan er grote veranderingen.

Een foto van het Deense windpark Horns Rev laat dit goed zien. Onder bepaalde weerscondities ontstaan er condensstrepen aan de tippen van de wieken. Op de foto is hierdoor duidelijk te zien dat de wind na het passeren van de wieken gaat wervelen. Er ontstaat turbulentie.



Het Deense windpark Horns Rev

Dit fenomeen kun je gebruiken om nog meer energie uit je windpark te halen. Door de wervelingen komt verse lucht uit hogere luchtlagen naar beneden. Dit is gunstig, want de wind in hogere luchtlagen waait harder. Zo waait er dus meer wind langs de wieken. Je kunt met berekeningen de turbulentie optimaliseren zodat er zoveel mogelijk verse lucht wordt aangetrokken. Bij de bouw van het windpark kun je rekening houden met de positie van de molens ten opzichte van elkaar zodat ze zoveel mogelijk profijt van elkaars wervelingen hebben.

Snel en nauwkeurig

“In wiskundige modellen wordt veel gebruik gemaakt van differentiaalvergelijkingen”, legt Koren uit. “Je neemt de afgeleide van een functie en kijkt dan hoe de temperatuur of druk of andere fysische grootheden verandert in de ruimte en tijd. Hoe realistischer je een systeem beschrijft, hoe moeilijker het is om die differentiaalvergelijkingen met pen en papier op te lossen. Sinds een halve eeuw kunnen we dit ook op een andere manier, namelijk met numerieke wiskunde. Je kunt nu een kleine kluwen ingewikkelde differentiaalvergelijkingen vervangen door een groot stelsel algebraïsche vergelijkingen, die elk afzonderlijk veel eenvoudiger zijn. Om een heel windpark te beschrijven heb je wel heel veel algebraïsche vergelijkingen nodig. Je kunt deze gelukkig heel handig oplossen met behulp van een computer.”

“Je kunt een kleine kluwen ingewikkelde differentiaalvergelijkingen vervangen door een groot stelsel algebraïsche vergelijkingen, die elk afzonderlijk veel eenvoudiger zijn.”

Wiskundige modellen worden veel gebruikt om voorspellingen te doen voor een later tijdstip, maar je kunt ze ook omgekeerd gebruiken. “We noemen dit invers rekenen”, aldus Koren. “Bij invers rekenen leg je vast welk eindantwoord je wilt hebben, het rekenmodel berekent dan welke beginsituatie daarvoor nodig is. Met dit soort modellen kun je bijvoorbeeld de constructie voor een auto berekenen die een botsing moet kunnen doorstaan. Soms krijg je verschillende antwoorden want bij inverse berekeningen zijn vaak meerdere oplossingen mogelijk.”

Vanuit de wiskunde is er veel winst te halen op het gebied van rekenmodellen. Computers rekenen steeds sneller, maar het aantal berekeningen dat moet gebeuren wordt ook steeds groter. Wiskundigen ontwikkelen daarom rekenmodellen die zo efficiënt mogelijk werken. Ook de nauwkeurigheid van de modellen speelt een grote rol. Doordat je ingewikkelde formules opknijpt in eenvoudige formules, ontstaan er bij elke berekening kleine benaderingsfouten. Vanuit de wiskunde worden die benaderingsfouten zoveel mogelijk beperkt. De berekening moet stabiel blijven. Koren demonstreert dit met een simulatie van een slingerbeweging zonder wrijving. Bij een verkeerde instelling van het rekenprogramma dempt de slingerbeweging uit of wordt hij juist onbegrensd versterkt. Door de instelling van het programma aan te passen, ontstaat de gewenste, constante slingerbeweging. “De oplosmethoden voor dit soort ‘babyproblemen’ zijn overdraagbaar op complexe modellen. Zo slaan we bruggen van de theorie naar de praktijk.”

De Navier–Stokes-vergelijkingen behoren tot de meeste gebruikte vergelijkingen voor de berekening van gas- en vloeistofstromingen. In het artikel ‘Navier-Stokes’ gaat Barry Koren uitgebreid in op deze vergelijkingen. U vindt hierin ook een passend voorbeeld van differentiaalvergelijkingen: <http://www.nieuwarchief.nl/serie5/pdf/naw5-2013-14-4-244.pdf>

Of kijk naar de volgende opgaven en opdrachten over windenergie:

- > <http://www.wiskunde-examens.nl/hb1/hwb13iioog1.htm>
- > <http://vakken.tcc-lyceumstraat.nl/project/singraven/expwiskunde.htm>
- > <http://www.t3vlaanderen.be/fileadmin/t3-be/cahiers/pdf/cahier9.pdf> (zie pagina 26 en verder)
- > <http://www.math4all.nl/PO/4hv-B-Windenergie.html>