

Groen licht voor meer wiskunde in het verkeer

Een beetje kruispunt heeft al gauw zo'n dertig stoplichten: rechtdoor, linksaf, rechtsaf, fietsers, voetgangers – heen, terug, al dan niet opgedeeld over twee rijstroken – en iedereen wil natuurlijk zo kort mogelijk wachten voor rood. Hoe vind je de beste oplossing? Geen twee kruispunten zijn hetzelfde en verkeerssituaties veranderen voortdurend. Carl Stolz en Bart Veroude, productontwikkelaar en verkeerskundige bij DTV Consultants, vertellen hoe (leuke) wiskunde hen daarbij helpt.



Carl Stolz



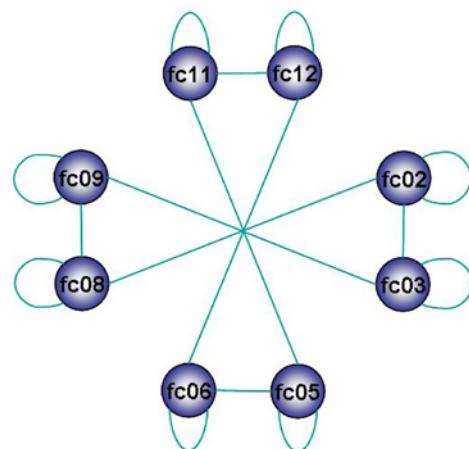
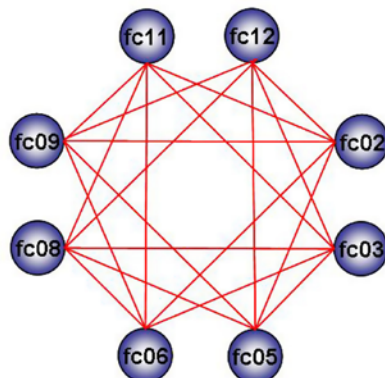
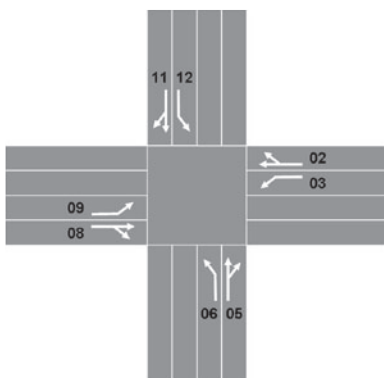
Bart Veroude

Op de vraag of ze mee wilden werken aan Wisactueel, kregen we een enthousiast 'Ja!'. De rol van wiskunde in hun organisatie is sinds kort in een stroomversnelling terecht gekomen. Aanleiding was eigen onderzoek en een afstudeeropdracht van een wiskundestudent uit Eindhoven. Sindsdien banen ze nieuwe, wiskundige paden in hun werk. Het is een interessante ontdekkingsreis.

Niet allemaal tegelijk op groen

Voor het regelen van stoplichten – of verkeerslichten zoals ze in verkeersjargon heten – worden in Nederland in principe twee systemen gebruikt. "Er is een starre regeling", legt Carl Stolz uit, "waarbij elk licht een vaste tijd op rood, groen en geel staat en er is een voertuigafhankelijke regeling, die reageert op het verkeersaanbod met de bekende detectielussen in de weg. Bij veruit de meeste verkeerslichten wordt het voertuigafhankelijke systeem gebruikt."

Nu zijn er allerlei regels waaraan de regeling van verkeerslichten moet voldoen. Een voor de hand liggende is bijvoorbeeld: 'stoplichten mogen niet allemaal tegelijkertijd op groen'. Zo kun je veel meer regels bedenken: 'rechtdoor op kruisende wegen niet tegelijkertijd op groen', 'rechtdoor en linksaf vanuit twee kanten op dezelfde weg niet tegelijkertijd op groen' en ga zo maar door. Bart Veroude – die naast zijn baan bij DTV Consultants bedrijfswiskunde en informatica studeert aan de VU in Amsterdam – bedacht een methode om die regels vast te leggen in een graaf. De figuur hieronder geeft de verkeerssituatie op een kruispunt weer. "De rode lijnen verbinden punten die met elkaar conflicteren", licht Veroude toe. "Die mag je dus niet tegelijkertijd groen geven. De groene lijnen verbinden de punten die geen conflicten opleveren en wel tegelijkertijd op groen mogen. De groene cirkels zorgen dat de graaf wiskundig correct is: punten zijn nooit in conflict met zichzelf."



Een kruispunt (links) en de representatie daarvan in een graaf; in het midden zijn de conflicterende verkeersstromen verbonden met rood, rechts zijn de niet-conflicterende stromen verbonden met groen

Geen franje maar snelle resultaten

Hoe los je verkeersproblemen op met een graaf? Het lijkt verbluffend 'eenvoudig'. In de verkeerslichtenwereld wordt het begrip 'conflictgroep' gebruikt. Dit is een set van richtingen die allemaal met elkaar conflicteren. In de grafentheorie hebben de Nederlanders Coenraad Bron en Joep Kerbosch een algoritme ontwikkeld dat wereldwijd wordt gebruikt voor het bepalen van maximale cliques in een graaf. Een clique is een set punten die allemaal met elkaar verbonden zijn. Theorie en praktijk sluiten hier prachtig op elkaar aan! "Met het Bron-Kerbosch-algoritme kunnen we snel alle mogelijke conflictgroepen herkennen en oplossingen zoeken voor richtingen die wel of niet tegelijkertijd mogen rijden", licht Veroude toe.

"Je kunt zelfs de afwikkelingsvolgorde afleiden. In het voorbeeld behoren fc02, fc05, fc09 en fc12 tot één conflictgroep, die krijgen dus na elkaar groen." Door in de graaf verplichte paden aan te geven, kun je ook andere randvoorwaarden (bijvoorbeeld als je drukke stromen zoveel mogelijk tegelijk wilt laten rijden) eenvoudig verwerken. Zo opent Veroude met zijn grafenmodel een handige, wiskundige 'gereedschapkast'.

"De oplossingen uit het model gebruiken we als input voor een simulatiepakket", vertelt Stolz. "Daarmee kunnen we zien hoe goed een oplossing werkt en eventueel nog kleine aanpassingen aanbrengen. De output van zo'n simulatiepakket is erg mooi, je ziet het verkeer op je beeldscherm rondrijden. Nadeel is dat die pakketten duur zijn en traag en dat het bijzonder arbeidsintensief is om ze te gebruiken." Niet handig dus als je meerdere oplossingen wilt onderzoeken. Het afstudeerwerk van een wiskundestudent uit Eindhoven bracht uitkomst. Hij bouwde een nieuwe simulatietool, zonder franje maar met snelle resultaten. "Hiermee zijn we in staat om snel meerdere oplossingen te controleren en kunnen we de grafenmethode optimaal inzetten", aldus Stolz.

IJzersterke combinatie

Ook bij andere projecten wordt regelmatig wiskunde ingezet.

"Bij het verwerken van tellingen en onderzoeken – bijvoorbeeld over mobiliteit of het effect van markeringen op de weg – maken we gebruik van statistiek en data-analyse", vertelt Veroude.

"Een vraag over een nieuw kassasysteem bij de pont naar Texel onderzoeken we met behulp van wachtrijtheorie."

De wisselwerking tussen wiskunde en verkeerskunde heeft ook nog andere voordelen. "De meeste mensen in de verkeerskunde hebben een hbo-opleiding", vertelt Stolz, "en er is geen 1-op-1 equivalent op universitair niveau. Daardoor is er geen vanzelfsprekende aanvoer van nieuwe theorie in ons vakgebied en is er ruimte voor verbetering. Meer contact met de wetenschappelijke wereld en disciplines zoals wiskunde kan het vakgebied zeker ten goede komen." "Nog maar kort realiseren we ons de volle kracht van wiskunde", voegt Stolz daar aan toe.

"Het geeft je een voorsprong op je concurrenten. Ik verwacht dat er steeds meer mensen nodig zullen zijn die algoritmes bedenken en kunnen valideren. Vooral de combinatie van wiskunde en programmeren is voor organisaties als de onze ijzersterk."

DisWis, een initiatief van Prof. dr. A. Schrijver (Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam) en De Praktijk, ontwikkelde meerdere lesmodules over grafen:

- de **minimodule** van DisWis, 3 vwo
Deze minimodule geeft in een blokkur een introductie van grafentheorie en is bedoeld als voorproefje van het vak wiskunde d. De module is bedoeld voor leerlingen van 3 vwo, maar kan ook in hogere klassen worden aangeboden.
- de syllabus **DisWis Grafentheorie**
Deze wordt gebruikt tijdens DisWis-lessen die door wiskundestudenten verzorgd worden. U kunt bij De Praktijk informeren naar de mogelijkheid een (PAL-)student in te zetten om de lessen te geven.
- de e-klas **DisWis_e**
Deze e-learning module behandelt discrete wiskunde en grafentheorie aan de hand van online colleges, een syllabus en opdrachten. De module heeft een studielast van 40 sluren en is bedoeld voor bovenbouw vwo.

Kijk voor meer informatie op www.praktijk.nu. Downloads van de modules vind u onder de tab lesmateriaal/DisWis Grafentheorie.

Niet gebaseerd op de grafentheorie, maar wel leuk om te doen is 'trafficjam', een stoplichtensimulatie van de Technische Universiteit Eindhoven. U vindt deze op www.win.tue.nl/cow/trafficjam/.